

# 第 16 章 机构设计综合实例

## ——微创外科机械手的创新设计

### 16.1 研究背景与设计理念

**微创外科手术**（Minimally Invasive surgery, MIS）是通过微小创伤或自然通道将特殊器械、物理能量或化学药剂送入人体内部，完成对人体内病变、畸形、创伤的灭活、切除、修复或重建等外科手术操作而达到治疗目的的一类医学手术。与传统的开放性外科手术比较，MIS 具有创伤小、患者痛苦轻、术后恢复快、感染危险较低、有利于提高手术质量和降低医疗社会成本等优点。因此，MIS 在近一、二十年间获得长足的发展。在 MIS 的过程中，由于不能直接观察、活动范围有限以及缺少力反馈，再加上握持很长的手术器械带来的不适等问题给医生操作这种手术带来了很大的困难。为了提高外科医生手术的精度和灵巧性，增加手术的安全性，引入了机器人技术。

微创外科手术改变了传统的开放性手术，只在患者体表开一个（或几个）厘米级的狭窄切口，但是器械到达体内后往往需要围绕切口做类似杠杆的运动以在体内达到较大的空间。把这些操作抽象成机器人的运动，大致可分解为等于或者小于三个自由度的空间运动。为此，可将微创外科手术机器人的基本运动分为三个序列：定位运动（机器人末端通过平移运动到达指定位置）、定向运动（机器人末端通过旋转运动到达指定姿态）和直线进给运动（机器人末端沿指定姿态的直线运动）。这是目前医疗外科手术普遍采用的一种运动模式。考虑到微创手术的切口越小越好，机器人能够实现绕切口点的定向运动将十分理想而必要。对于操作手而言，其执行器实现绕切口点的运动在逻辑上有三种方式：① 受控的冗余运动；② 消极的冗余运动；③ 远程中心运动（RCM）。第一种和第二种方案实现的是一种虚拟的 RCM 功能，即通过“软件”（需对机器人进行运动学建模）的方式而不是机构等“硬”的方式来实现，在硬件上是以增加机器人自由度进而增加成本和结构复杂性为代价的，同时安全性也不高；第三种方案即使用真正意义的 RCM 机构。在手术中采用 RCM 机构起到以下几个作用：① RCM 机构使手术过程有了一个相对固定的插入点；② RCM 机构使手术过程更为安全可靠；③ 便于在机器人的概念下实施手术。

许多微创手术机器人系统的机构本体仍采用成熟的工业机器人，如 PUMA、SCARA 机器人等，这样可以加快开发、减少成本。但是工业机器人的缺点同样突出：如工业机器人重复精度高、但绝对精度低；而绝对精度对微创手术机器人更重要。工业机器人以自主控制为主，而主从控制或协同控制对机器人辅助医生完成手术操作更为重要，微创手术机器人直接接触病患部位，与医生共享操作空间，要求机构本体在设计上的绝对安全性，这恰好是工业机器人所欠缺的。尽管工业机器人以其成熟的技术保障在医疗机器人包括微创手术机器人领域有所应用，但基于安全性和手术环境等方面考虑还是基于特定应用的特种机构设计更适合于微创外科手术。但就经济性而言，特种机构的成本显然要把工业机器人高。因此，还可以采用通用功用机器人（如工业机器人）+特殊末端执行机构或末端操作手的模式。但无论采用哪种模式都离不开 RCM 机构。

RCM 机构实质上是一种少自由度的功能机构，可保证机构在机构运动过程中都有一个固定的虚拟转动中心。RCM 机构可以单独作为机器人机构，也可作为多自由度机器人系统

的一个模块。在微创外科手术应用领域，该类机构具有明显的不可替代性。因此，RCM 机构可广泛应用于各种类型的微创外科手术机器人及相关领域中，如脑外科、腹腔外科、矫形外科、眼科、泌尿外科等。

用于微创外科手术的 RCM 机构按驱动方式可分为被动平台和带有驱动器的主动平台。对于被动平台，一般只需要 RCM 机构有两个绕着插入点的转动自由度（2R）。而对于主动平台，一般则需要具有 4 个自由度，即绕插入点的 3 个转动和 1 个移动（3R1T）；而绕手术工具轴线的转动和移动可通过在二维转动 RCM 机构末端串联转动副和移动副实现。

## 16.2 通过任务分析，确定设计目标与任务指标

一般来说，用于微创手术辅助机器人的 RCM 机构需满足以下 4 个条件：

（1）虚拟中心位于机构的远端，即 RCM 机构。具有 4 个自由度，即绕插入点的 3 个转动和 1 个移动（图 16-1）。绕手术工具轴线的转动和移动可通过在二维转动 RCM 机构末端串联转动副和移动副实现。

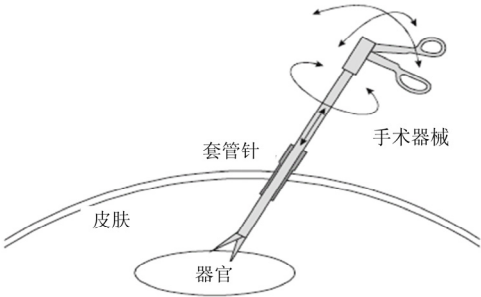


图 16-1 微创外科手术机器人的动作要求

（2）工作空间应保证手术工具可到达所需位置。  
（3）在较少占用手术空间的同时还能避开病人身体其他部位，以减小对医生手术的干扰。  
（4）系统刚度应保证在自身和手术工具重力以及外力的作用下不能有明显的变形，否则会危及病人的安全。

这里选择设计一个用于微创外科手术末端操作手的被动式 RCM 机构。

## 16.3 构型综合与优选

虽然目前所应用的 RCM 机构一般为多维转动机构，但这些机构多数可以通过多个一维 RCM 机构组合得到。因此，对一维 RCM 机构的构型综合研究将具有重要的意义，它是研究多自由度 RCM 机构的基础。

下面首先对现有一维 RCM 机构进行归纳分类，然后再讨论新型一维 VCM 机构的模块化构造方法。

### ❖ 由单个转动副构成的 RCM 机构

如果构件的一端连接转动副，则此构件上转动副轴线外的点都绕该轴线转动。此时若将虚拟中心点取在转动副轴线上远端的任意一点处，则可构成一维 RCM 机构。这是一类最简单的一维 RCM 机构，同时也是构造多维 RCM 机构最基本的元机构或物理模块。图 16-2 为这类机构的简图。

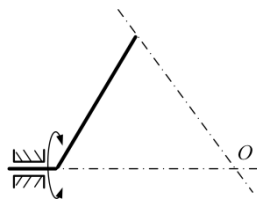


图 16-2 单个转动副的 RCM 机构

#### ❖ 平面弧形滑轨型 RCM 机构

有些 RCM 机构采用弧形滑轨（图 16-3 为这类机构简图）。这种形式结构简单，但中心固定、运动范围有限、占用空间较大、导杆加工精度需求高，而且较难解决驱动问题。

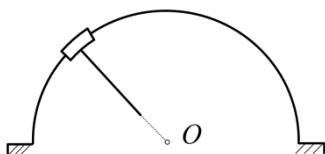


图 16-3 平面弧形滑轨型 RCM 机构

#### ❖ 双平行四杆 RCM 机构

目前应用的 RCM 机构中另一种最常见的是基于平行四杆的构型，可称其为双平行四杆 RCM 机构，是指通过对两组平行四杆结构进行平面耦合，以实现末端执行器绕虚拟中心转动的一类 RCM 机构。图 16-4a 为双平行四杆 RCM 机构的基本构型，机构中  $BCDE$  回路有冗余约束，通过去除不同的约束，可以衍生出如图 16-4b-f 所示的其他几种结构形式。通过改变固定端，得到如图 16-4g-j 所示的几种不同结构。其中图 16-4c-e 中所所示的构型由于易于加工而被经常采用。双平行四杆 RCM 机构具有运动范围较大、结构简单、驱动可放置在基座处等优点。此外，还可通过连杆的弯折变形灵活安排 RCM 的位置以适应不同的应用要求。缺点在于由于杆件之间的干涉以及平行四杆存在奇异位型，其运动范围受到限制；另外，由于铰链数目多造成机构刚度较差。

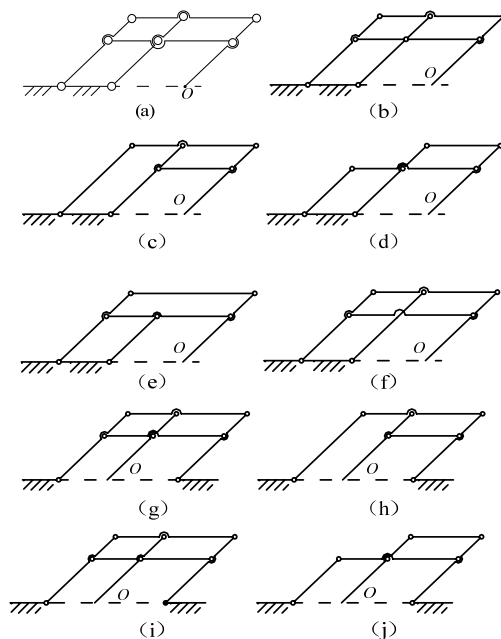


图 16-4 双平行四杆 RCM 机构

❖ 基于等比同向传动的 RCM 机构

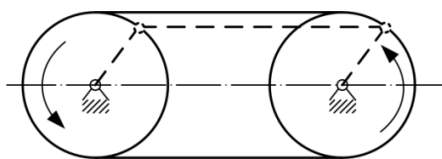


图 16-5 基于等比同向传动的 RCM 机构

如图 16-5 所示同步带传动，传动比为 1，两个带轮转动方向相同。可以看出，这样一套等比同向的传动系统可以作为平行四杆机构的等效机构。任意等比同向的传动方式都可以用来代替平行四杆结构，如带传动、齿轮传动、链传动等。因此，可以使用等比同向传动机构代替基于平行四杆 RCM 构型中的一组平行四杆，也可以代替全部的两组平行四杆机构。

❖ 其他类型的 RCM 机构

图 16-6 所示的等腰梯形结构在杆件转动角度很小的时候，可以认为杆  $AB$  绕点  $O$  转动，即这种结构存在瞬时转动中心。当转动角度增大，误差增大，对于一般应用无法满足要求，但是在某些微动场合，如柔性机构中，则由于其结构简单成为一种较佳的选择。

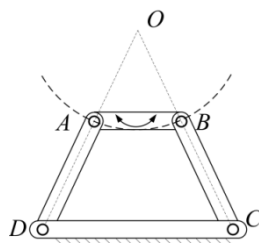


图 16-6 其他非完全 RCM 机构

型综合的终极目标还是构造新机构。为深入研究一维 RCM 机构的型综合，这里引入一种比 RCM 机构范围更广的机构形式：虚拟中心（Virtual Center, VC）机构（具体内容见附录 A）。

两个平面 VC 机构通过组合可以构造一个一维 RCM 机构，但需要满足：如果将两个具有相同虚拟中心的 VC 机构用一个刚体连接起来，且刚体上两个连接点的运动轨迹为以同一点为圆心的同心圆，则此刚体绕该固定点  $C$  作圆周运动。利用此结论可以很简单地构造出一维并联 RCM 机构，具体步骤如下：

❖  $A_1$ 、 $A_2$  与  $C$  不共线

1. 选择两个 VC 机构作为元机构，它们可以相同，也可以不同。例如图 16-7a 中选择了两个相同的平行四杆 VC 机构。
2. 调整两个 VC 机构的位姿、尺寸以及相对位置，使它们的虚拟中心重合。并使两个 VC 机构上绕其虚拟中心转动的点（如图 16-7a 中的点  $A$ 、 $B$ ）的连线不通过虚拟中心。例如图 16-7a 中两个 VC 机构对称放置，虚拟中心在  $O$  点重合。
3. 在两个 VC 机构各自绕其虚拟中心转动的点处添加转动副，并将两个铰链用构件连接，所得到的机构为一个 RCM 机构，新加的构件将绕着虚拟中心转动。



图 16-7 一维并联 RCM 机构

图 16-7 所示为利用上述步骤综合得到的两种新构型。其中图 16-7a 所示的 RCM 机构中，构件  $AB$  绕机构外的一点  $O$  转动；图 b 所示的构型为两个图 16-7a 所示的 VC 机构对称组合而成，这种机构的 RCM 可距离机构较远，且运动空间较大，可以避开平行四杆的奇异位形位置。

#### ❖ $A_1$ 、 $A_2$ 与 $C$ 共线

两个 VC 机构进行组合，不仅可以构造一维并联 VCM 机构，也可以构造有闭合回路的混联式 VCM 机构，类前面所述的双平行四杆 VCM 机构。步骤如下：

1. 选择两个 VC 机构作为元机构，它们可以相同，也可以不同。两个 VC 机构的驱动杆（如图 16-8 中的杆  $AB$ ）和转动点与虚拟中心点连线（如图 16-8 中的  $EO$ ）在转动过程中的运动规律始终保持相同。图 16-8 的元机构是两个相同的平行四杆 VC 机构。
2. 调整两个 VC 机构的位姿、尺寸以及相对位置，使它们的驱动杆和部分杆件重合，且虚拟中心重合。由于这里两 VC 机构的驱动杆重合，所以两个虚拟转动点和虚拟中心可以共线。图 16-8 中两个平行四杆 VC 机构的驱动杆  $AB$  和  $A'B'$ 、杆  $CD$  和  $C'D'$  重合，虚拟中心为  $O$  点。
3. 在两个 VC 机构绕各自虚拟中心转动的点（如图 16-8 中的点  $E$ 、 $E'$ ）处添加转动副，并将两个铰链用构件连接，同时去除具有冗余约束的杆件，所得到的机构即为一个 RCM 机构。

图 16-8 给出了双平行四杆 RCM 机构的型综合过程。

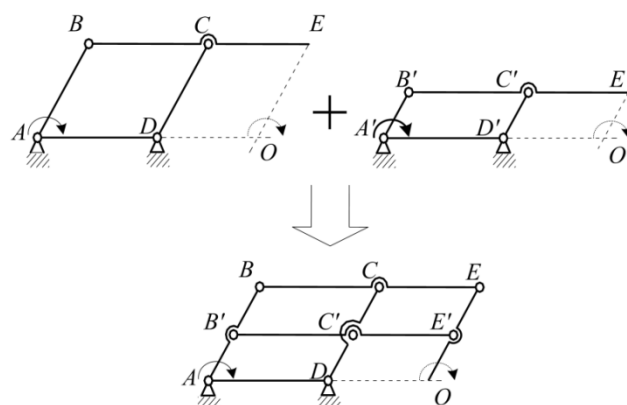


图 16-8 一维混联 RCM 机构

由于双平行四杆型 VCM 机构具有结构简单，驱动器可放置在基座处等优点，而且在实际应用中可通过连杆的弯折变形灵活安排虚拟中心的位置。比如，设计这类机构时必须考虑到安装末端执行器以及与底座固定的铰链或者电动机等需要占据一定的空间。以安装末端执行器为例，为了保证末端执行器轴线通过虚拟中心点，一般有如图 16-9 所示的两种实现途径。图 16-9a 中将末端执行器相对末端杆件倾斜放置，从而使末端执行器通过虚拟中心；图 16-9b 通过杆件弯折，使得虚拟中心移动一定距离，以满足安装需要。



图 16-9 末端执行器通过虚拟中心点的两种方法

一般来说，实际应用中都需要二维或二维以上的 RCM 机构。构造 2R-RCM 机构的最简

单最常用的方法就是使用两个一维 RCM 机构进行有效叠加。不过其构造过程需要注意：

- 保证两个一维 RCM 机构的虚拟中心位置重叠（转动轴线相交）。
- 两个一维 RCM 机构输出构件的转动轴线之间成一定角度。一般选择直角关系，利于两个转动方向上运动解耦。

例如，将双平行四杆 1R-RCM 机构与转动副进行组合，并对杆件进行弯折变形，就可以得到 2R-RCM 机构，如图 16-10a~c 所示。这些弯折杆件组成的 2R-RCM 机构必须保持平行的特征，如以图 16-10a 为例，必须满足： $AC//FD//OG$ ,  $CG//AO$ ,  $DG//EH$ ,  $DE//GH//G'H'$ ,  $CD//AF//A'F'$ 。图中杆  $ABC$  可用一直杆  $AC$  替代，如图 16-10a 中虚线所示。

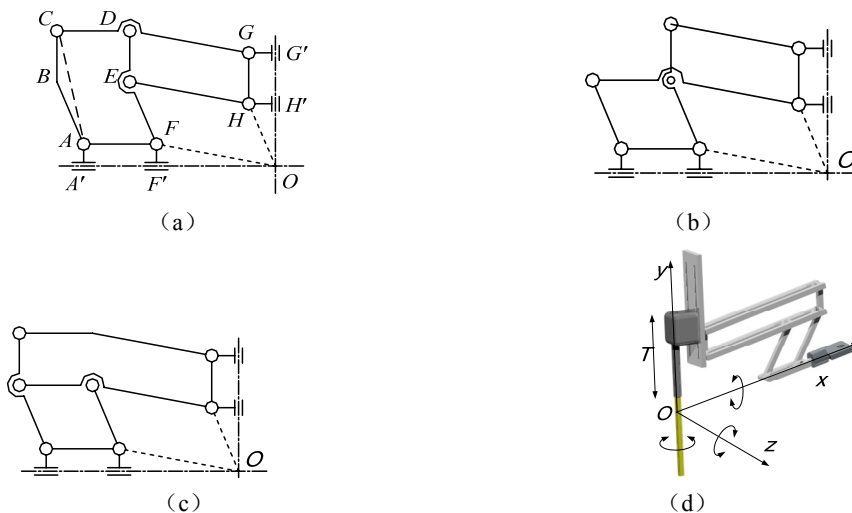


图 16-10 多自由度 VCM 机构

在这些机构的末端加上独立的移动副和绕手术工具自转的转动副则构成一个实用的 4 自由度 VCM 机构（如图 16-10d 所示）。

## 16.4 运动学分析与综合

机构构型确定后（如图 16-10a 所示），就需要对其尺寸进行综合。考虑到作为手术机器人腕部机构的通用性，这里使用 6 个量才能完全确定连杆尺寸，这里选取  $l_1 \sim l_6$  作为独立变量，如图 16-11 所示。 $l_1$ 、 $l_2$  确定了 RCM 机构的跨距及机构与病人之间的距离关系， $l_5$  为 RCM 机构基轴  $AF$  与横轴铰链  $A'F'$  之间偏移量， $l_6$  为安装手术工具或其他工具所需的偏移量。 $l_3$  和  $l_4$  则在  $l_1$ 、 $l_2$  给定的情况下影响机构体积及各杆受力情况，这将在后文中提到。

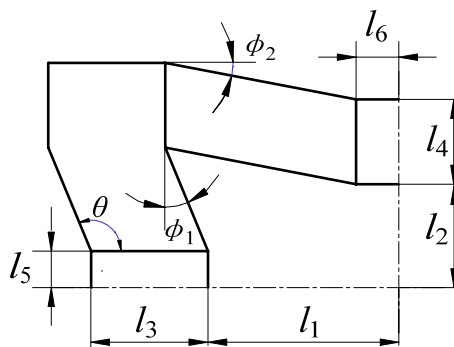


图 16-11 双平行四杆型 RCM 机构尺寸综合

各杆件尺寸以及弯折角度如下：



$$\mathbf{Z}_6 = (l_1 + l_3 + 0\mathbf{j}) - \mathbf{H}' = l_2 \mathbf{e}^{j(\theta - \phi - \pi)} \quad (16.4-15)$$

由式 (16.4-15) 可知:  $H'$  到  $O$  点的距离不随转角变化而改变; 在任意时刻, 连线  $H'O$  转动的角度与  $G'H'$  相同。所以可知连杆  $G'H'$  绕中心  $O$  点转动。

由于平行四杆在杆件重合时出现奇异位形, 同时杆件之间存在干涉, 使得这种双平行四杆 RCM 机构的转动范围受到限制, 一般可取  $\theta$  的转动范围为  $30^\circ \sim 150^\circ$  即可满足微创手术的需要。而机构相对轴  $AF$  的转动不受限制, 可实现  $360^\circ$  旋转。

## 16.5 通过静力学分析确定驱动力矩

平面内作用在 RCM 机构上的力可等效为作用在 RCM 点处的力和力矩, 力矩使机构转动, 由驱动装置克服。作用在虚拟中心点处的力由各杆件承担。如果杆件受力过大, 则机构的刚性不够, 虚拟中心点不能稳定。本节仅分析虚拟中心点处平面内任意方向作用力引起的杆件受力情况。力矩情况将在下一小节说明。平面外的作用力与杆件及铰链参数有关, 难以确定, 所以这里不进行讨论。但容易知道机构在垂直图 16-13 所示平面方向上的刚度很小, 在应用中应该尽量避免机构受到平面外的作用力。

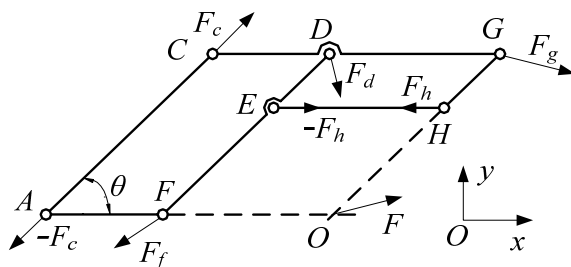


图 16-13 双平行四杆型 RCM 机构的平面受力分析

对图 16-10a 所示的机构进行分析时, 由于杆件弯折使得计算公式较为繁琐, 同时考虑到一般  $l_5$  和  $l_6$  相对与其他杆件长度较短, 因此可采用图 16-13 所示结构进行分析。对于作用在虚拟中心处的力  $\mathbf{F}$  可分解在  $x, y$  两个方向上, 记为  $F_x, F_y$ 。并定义

$$r_1 = l_3 / l_1 \quad (16.5-1)$$

$$r_2 = l_4 / l_2 \quad (16.5-2)$$

各个节点的受力情况如下。

$$F_{hx} = \left( \frac{1}{r_2} + 1 \right) (-F_x + F_y \cos \theta) \quad (16.5-3)$$

$$F_{hy} = 0 \quad (16.5-4)$$

$$F_{gx} = \frac{F_x - F_y(1 + r_2) \cos \theta}{r_2} \quad (16.5-5)$$

$$F_{gy} = -F_y \quad (16.5-6)$$

$$F_{cx} = F_y \frac{\cos \theta}{r_1} \quad (16.5-7)$$

$$F_{cy} = \frac{F_y}{r_1} \quad (16.5-8)$$

$$F_{dx} = F_x \frac{1}{r_2} - F_y \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} + 1 \right) \cos \theta \quad (16.5-9)$$

$$F_{dy} = -F_y \left( \frac{1}{r_1} + 1 \right) \quad (16.5-10)$$

$$F_{fx} = -F_x + F_y \frac{\cos \theta}{r_1} \quad (16.5-11)$$

$$F_{fy} = -F_y \left( \frac{1}{r_1} + 1 \right) \quad (16.5-12)$$

由式 (16.5-3) ~ (16.5-12) 可以看出作用在各杆上的力只与比值  $r_1$ 、 $r_2$  有关, 因此在  $l_1$ 、 $l_2$  由所需工作空间确定后,  $l_3$  和  $l_4$  的尺寸决定了各杆件的受力大小, 尺寸越小, 杆受力越大, 铰链的载荷就越大。但若  $l_3$  和  $l_4$  选择过大则会增加整个机构的体积。

合理选择杆件的断面参数还需要考虑机构所需刚度, 一般可以表示为在受力作用下, 虚拟中心点处杆件由于各杆件的弯曲变形而产生的漂移  $\delta$ 。这里给出公式进行估算。为了分析方便, 设  $\delta_x$ 、 $\delta_\perp$  分别为  $GO$  杆端点  $O$  沿着  $y$  轴方向和垂直  $GO$  方向的位移 (以下简称虚拟中心点的漂移), 他们之间的夹角为  $\theta$ 。考虑到杆件拉伸和压缩产生的变形很小, 可以忽略; 如采用较高精度的轴承, 铰链的间隙也可忽略不计; 而且  $GO$  一般为手术工具,  $GH$  由于安装末端执行器, 它的刚度比其他杆件大, 所以仅考虑  $CG$  和  $FD$  杆弯曲变形造成的影响。

$$\delta_x = \frac{F_{gy} l_1^2 (l_1 + l_3)}{3EI_{CG}} = \frac{F_y l_1^3 (1 + r_1)}{3EI_{CG}} \quad (16.5-13)$$

$$\delta_\perp = \frac{F_\perp l_2^2 (l_2 + l_4)}{3EI_{FD}} = \frac{F_\perp l_2^3 (1 + r_2)}{3EI_{FD}} \quad (16.5-14)$$

$$F_\perp = F_x \sin \theta + F_y \cos \theta \quad (16.5-15)$$

$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_\perp^2 - 2\delta_x \delta_\perp \cos \theta} \quad (16.5-16)$$

式中,  $F_\perp$  为作用力  $F$  垂直杆  $GO$  方向的分量, 由式 (16.5-15) 计算;  $I_{CG}$ 、 $I_{FD}$  分别为  $CG$  和  $FD$  杆的断面惯性矩。通过设计所允许的虚拟中心漂移  $\delta$  可以选择合适的断面。其他二力杆还需要考虑压稳问题, 临界载荷由式 (16.5-17) 确定, 必须大于杆所受到的最大压力

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (16.5-17)$$

从上述分析可以看出, 结构刚度受  $CG$ 、 $FD$  杆的尺寸影响最大, 因此在需要减小机构整体体积的前提下, 仅需根据铰链承载、杆件压稳条件以及几何尺寸综合考虑来确定  $l_3$  和  $l_4$  的长度。

本节考虑克服施加在  $O$  点处的转矩以及各杆件自重所需驱动力矩。可将  $AC$  杆作为驱动输入杆件。图 16-14 中, 为了不引起混淆, 使用符号  $g$  代表杆件重量, 其下标为杆件名称;  $M_{Oz}$ 、 $M_{Ox}$  为外力作用产生的分别绕  $z$  轴和  $x$  轴的力矩;  $M_{Az}$ 、 $M_{Ax}$  分别为所需的驱动力矩。

设  $AC$  杆和  $Oxz$  平面的夹角为  $\theta$ ，与  $Oxy$  平面的夹角为  $\beta$ ，则可得

$$M_{Az} = M_{Oz} + \sin \theta \cos \beta \left[ \frac{1}{2}(g_{AC} + g_{FD})(l_2 + l_4) + g_{GH} \left( l_2 + \frac{1}{2}l_4 \right) + g_{EH}l_2 + g_{CG}(l_2 + l_4) \right] \quad (16.5-18)$$

$$M_{Ax} = M_{Ox} + \sin \beta \cos \theta \left[ \frac{1}{2}(g_{AC} + g_{FD})(l_2 + l_4) + g_{GH} \left( l_2 + \frac{1}{2}l_4 \right) + g_{EH}l_2 + g_{CG}(l_2 + l_4) \right] \quad (16.5-19)$$

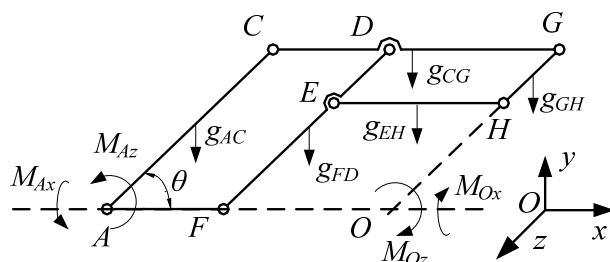


图 16-14 双平行四杆型 RCM 机构的驱动力矩分析

由于各杆件长度和质量固定，所以式 (16.5-18)、(16.5-19) 可简化为

$$\begin{cases} M_{Az} = M_{Oz} + C \sin \theta \cos \beta \\ M_{Ax} = M_{Ox} + C \cos \theta \sin \beta \end{cases} \quad (16.5-20)$$

式中， $C$  为常数，表明杆件组对机构的影响可以等效为一集中质量，因此很容易进行力矩平衡，这样可以方便用于一些响应速度快、可以反向驱动的场所，如力反馈手柄等。

**【例 16-1】** 以设计一个用于微创外科手术的 2-DOF 的 RCM 机构为例。需要手术工具可绕插入点的法线方向俯仰和倾侧角度都不小于  $45^\circ$ ，所需末端执行构件  $GO$  杆的工作空间如图 16-15a 所示， $O$  为插入点。假设机构上受力可等效为在虚拟中心处的作用力： $F_x=10\text{N}$ ， $F_y=10\text{N}$ ，此时虚拟中心的漂移小于  $2\text{ mm}$ 。

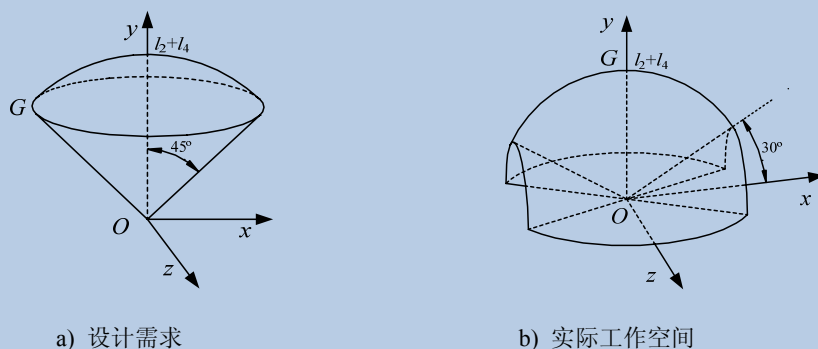


图 16-15 工作空间示意图

双平行四杆型 RCM 机构设计可以分以下几步：

(1) **选型**。选择如图 16-10a~c 所示结构中的一种，机构平面内运动范围定为  $30^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ ，绕另一转动轴的转动范围为  $180^\circ$ ，所得  $GO$  杆的工作空间如 16-15b 所示。

(2) **机构长度参数确定**。根据手术空间分析可分别取  $l_1$ 、 $l_2$  为  $300\text{ mm}$  和  $200\text{ mm}$ 。 $AF$  处安装铰链需要  $l_5$  为  $20\text{ mm}$ ， $GH$  处安装末端执行器需要  $l_6$  为  $40\text{ mm}$ ，选择  $r_1$  和  $r_2$  都为  $0.2$ 。通过式 (16.5-1) ~ (16.5-7) 可得各杆件参数： $\phi_1=11.31^\circ$ ， $\phi_2=6.81^\circ$ ， $l_3=60\text{ mm}$ ， $l_4=40\text{ mm}$ ，

$l_{AB}=204\text{ mm}$ ,  $l_{EH}=301\text{ mm}$ 。

(3) **受力分析及杆件断面参数确定**。选取杆件材料为铝，断面为实心矩形。由式 (16.5-1) ~ (16.5-12) 计算各杆件受力情况，可知杆件受力的极值发生在  $\theta$  的两个边界点处，各杆件受力的最大值发生在  $EH$  杆，为  $166.8\text{ N}$ 。继而可以由式 (16.5-16) 计算出当选择  $CG$ 、 $FD$  杆件断面尺寸分别为  $10\times 25\text{ mm}^2$  和  $5\times 15\text{ mm}^2$ ，其他杆件断面为  $5\times 5\text{ mm}^2$  时，可以在转动范围内满足虚拟中心点漂移小于  $2\text{ mm}$  的条件，同时各杆满足压稳条件公式 (16.5-17)。

(4) **驱动力矩计算**。假设末端执行器整个质量为  $200\text{ g}$ ，则可由上述杆件断面和长度利用式 (16.5-20) 求出在  $A$  点处的驱动力矩至少为  $1.2\text{ N}\cdot\text{m}$ 。

## 16.6 具有重力自平衡功能的 RCM 机构设计

机构的**重力平衡** (gravity balance 或 static balance) 是指机构不需要驱动力便可在任意位形下保持平衡状态，整个系统可以像在一个零重力环境下运行。这也就是说在纯重力的作用下，机构在主动件的任何相位均能停住。运动构件总质心保持静止不动的机构称为重力平衡 (静平衡) 机构。重力平衡是机构研究中的一个重要问题，其目的是减少操作机构的驱动力，并可减少机构运动时的振动，增加机构运行的平稳性。减少驱动力，在任意位形下不需要保持力等特点在需要人机交互的应用 (如力反馈手柄、手动 3D 超声波扫描等) 中尤为重要，这样可以减少操作者的工作强度，增加操作的舒适性。

现有机构中，通过结构设计来实现重力平衡或部分平衡的方法主要有三种：结构质量分布设计，加配重设计和拉弹簧设计。一般来说，由于机构重力特性的位形依赖性，一般都只能实现机构的部分重力平衡。但是对于一些特殊机构可以对其整体实现重力平衡。由式 (16.5-20) 可以看出，双平行四杆 RCM 机构可以通过增加配重使得整个机构实现重力平衡，具体需要分析的机构如图 16-16 所示，其中  $g$  代表杆件所受重力，其下标代表杆件名称， $K$  为配重， $O$  为虚拟转动中心。设  $AB$  杆和  $Oxz$  平面的夹角为  $\theta$ ，与  $Oxy$  平面的夹角为  $\beta$ 。 $OE$  长为  $l_1$ ， $OH$  长为  $l_2$ ， $AE$  长为  $l_3$ ， $GH$  长为  $l_4$ 。为了简化分析结果，假设各杆件的质量都是均匀分布的，即其重心位于几何中心；各转动铰链的重量忽略不计。

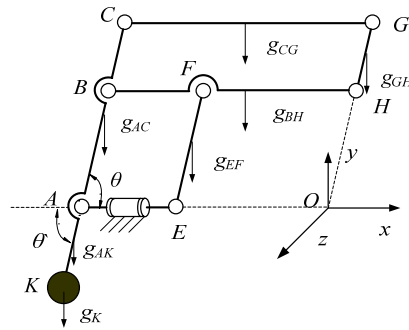


图 16-16 无杆件弯折时的双平行四杆 VCM 机构的重力平衡

与式 (16.5-18) 相似，可得到机构绕  $z$  轴的旋转力矩。

$$M_{Az} = \cos \beta \cdot \cos \theta \left[ \frac{1}{2} g_{AC} (l_2 + l_4) + \frac{1}{2} g_{EF} l_2 + g_{GH} (l_2 + \frac{1}{2} l_4) + g_{BH} l_2 + g_{CG} (l_2 + l_4) \right] \quad (16.5-21)$$

设配重  $K$  与  $Oxz$  平面的夹角为  $\theta'$ ，与  $Oxy$  平面的夹角为  $\beta'$ ，则配重  $K$  绕  $z$  轴对机构施加的反向旋转力矩

$$M'_{Az} = \cos \beta' \cos \theta' l_{AK} \left( g_K + \frac{1}{2} g_{AK} \right) \quad (16.5-22)$$

同样地，机构绕  $x$  轴的旋转力矩

$$M_{Ax} = \cos \beta \cdot \cos \theta \left[ \frac{1}{2} g_{AC} (l_2 + l_4) + \frac{1}{2} g_{EF} l_2 + g_{GH} (l_2 + \frac{1}{2} l_4) + g_{BH} l_2 + g_{CG} (l_2 + l_4) \right] \quad (16.5-23)$$

配重  $K$  绕  $x$  轴对机构施加的反向旋转力矩

$$M'_{Ax} = \cos \beta' \cos \theta' l_{AK} \left( g_K + \frac{1}{2} g_{AK} \right) \quad (16.5-24)$$

要使整个机构都能用配重  $K$  实现两个方向的力矩平衡，需要满足

$$\begin{cases} M_{Az} = M'_{Az} \\ M_{Ax} = M'_{Ax} \end{cases} \quad (16.5-25)$$

通过比较式 (16.5-21) ~ (16.5-24)，可以导出机构的平衡条件。

$$\begin{cases} \beta = \beta' \\ \theta = \theta' \\ l_{AK} \left( g_K + \frac{1}{2} g_{AK} \right) = \frac{1}{2} g_{AC} (l_2 + l_4) + \frac{1}{2} g_{EF} l_2 + g_{GH} (l_2 + \frac{1}{2} l_4) + g_{BH} l_2 + g_{CG} (l_2 + l_4) \end{cases} \quad (16.5-26)$$

进一步简化，将杆件  $AK$  的重量也记入配重  $K$ ，则式 (16.5-26) 的第三个式子可以简化为

$$l_{AK} g_K = \frac{1}{2} g_{AC} (l_2 + l_4) + \frac{1}{2} g_{EF} l_2 + g_{GH} (l_2 + \frac{1}{2} l_4) + g_{BH} l_2 + g_{CG} (l_2 + l_4) \quad (16.5-27)$$

这样即可计算出配重  $K$  的重量和安放位置。可以看出  $K$  需安置在杆件  $AC$  的延长线上。

如果需要同时满足末端执行器和驱动器的偏置安装，需要弯折杆件  $AC$ 、 $BH$ ，如图 16-17 所示。这时，机构绕  $z$  轴的旋转力矩为

$$M_{Az} = \cos \beta [\cos \theta \cdot \frac{1}{2} l_{AB} (g_{AB} + g_{EF}) + \cos \phi \cdot l_{AC'} (g_{BC} + g_{GH} + g_{BH} + g_{CG})] \quad (16.5-28)$$

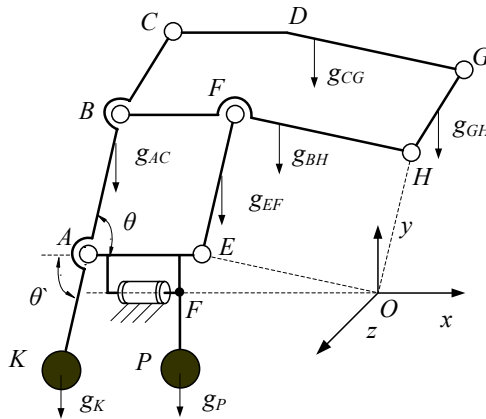


图 16-17 双向弯折时的双平行四杆 VCM 机构

由于配重  $P$  对机构绕  $z$  轴旋转没有影响，因此配重绕  $z$  轴对机构施加的反向旋转力矩

$$M'_{Az} = \cos \beta' \cos \theta' g_K l_{AK} \quad (16.5-29)$$

其中  $C'$  为  $BC$  杆中点， $\phi$  为  $AC'$  与  $x$  轴的夹角。可以看出式 (16.5-28) 和式 (16.5-29) 与侧杆弯折时的式 (16.5-18) 和式 (16.5-19) 分别相同。

机构绕  $x$  轴旋转的力矩

$$M_{Ox} = \cos \beta [\cos \theta \cdot \frac{1}{2} l_{AB} (g_{AB} + g_{EF}) + \cos \phi \cdot l_{AC'} (g_{BC} + g_{GH} + g_{BH} + g_{CG})] + g_T l_5 \cos \beta \quad (16.5-30)$$

其中， $g_T$  由式 (16.5-27) 计算得到。

配重  $K$  和  $P$  绕  $x$  轴的反向旋转力矩

$$M'_{Ox} = \cos \beta' (\cos \theta' g_K l_{AK} - g_K l_5 + g_P l_{FP}) \quad (16.5-31)$$

若需满足式 (16.5-29)，则

$$\begin{cases} \beta = \beta' \\ g_K l_{AK} \cos \theta' = \frac{1}{2} l_{AB} (g_{AB} + g_{EF}) \cos \theta + l_{AC'} (g_{BC} + g_{GH} + g_{BH} + g_{CG}) \cos \phi \\ g_P l_{FP} = (g_T + g_K) l_5 \end{cases} \quad (16.5-32)$$

配重  $K$  和  $P$  只要满足式 (16.5-32) 即可使整个机构平衡。

可以看出双向弯折时的双平行四杆 VCM 机构可以用两个配重实现重力平衡。其中配重  $K$  不在杆件  $AB$  的延长线方向上，其安置的角度需要根据机构的质量进行计算，当杆件质量变化时，不仅  $g_K l_{AK}$  的大小要变化，而且角度  $\theta'$  与转角  $\theta$  差值  $\delta$  也要变化。另一方面，在实际设计加工中，涉及到杆件的开孔、倒角、弯折并且加入了很多附加零件比如螺钉，垫片等，以及外界的环境影响等等因素，很难精确计算出机构的转动力矩，所以一般配重应有一定的调整空间。那么调整时就必须兼顾  $g_K l_{AK}$  的大小和角度，这给调整工作带来了许多不利因素。

为了避免对  $\delta$  角的调节，这里对图所示情况进行改进，改进后的结果如图 16-18 所示。图中采用两个配置  $K'$  和  $Q$  代替原来的配重  $K$ ，其中  $AK'$  与  $AB$  共线， $AQ$  垂直于  $AB$ 。

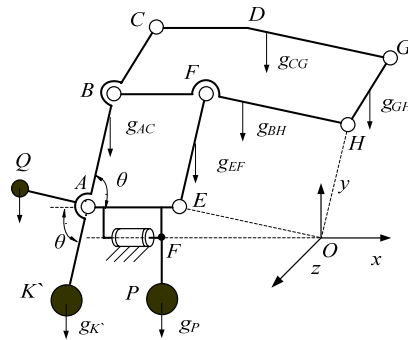


图 16-18 三个配重平衡的双向弯折双平行四杆 VCM 机构

则此时式 (16.5-32) 的第二个条件等式可写作

$$g_{K'} l_{AK'} \cos \theta + g_Q l_{AQ} \sin \theta = \frac{1}{2} l_{AB} (g_{AB} + g_{EF}) \cos \theta + l_{AC'} (g_{BC} + g_{GH} + g_{BH} + g_{CG}) \cos \phi \quad (16.5-33)$$

角  $\varphi$  和角  $\theta$  之间的差值为一常数，可记作  $\sigma$ ，即

$$\sigma = \theta - \varphi \quad (16.5-34)$$

令

$$C_1 = \frac{1}{2} l_{AB} (g_{AB} + g_{EF}) \quad (16.5-35)$$

$$C_2 = l_{AC'} (g_{BC} + g_{GH} + g_{BH} + g_{CG})$$

则可将式 (16.5-33) 记作

$$g_{K'} l_{AK'} \cos \theta + g_Q l_{AQ} \sin \theta = C_1 \cos \theta + C_2 \cos(\theta - \sigma) \quad (16.5-36)$$

化简得

$$g_{K'} l_{AK'} \cos \theta + g_Q l_{AQ} \sin \theta = (C_1 + C_2 \cos \sigma) \cos \theta + C_2 \sin \sigma \sin \theta \quad (16.5-37)$$

因此，该机构重力平衡的条件为

$$\begin{cases} \beta = \beta' \\ \theta' = \theta \\ g_{K'} l_{AK'} = C_1 + C_2 \cos \sigma \\ g_Q l_{AQ} = C_2 \sin \sigma \\ g_P l_{FP} = (g_T + g_K) l_5 \end{cases} \quad (16.5-38)$$

这种方案尽管采用了 3 个配重，但机构设计、加工、调节都比前面两个配重的方法简单。

## 16.7 样机构筑及实验验证

为了验证以上讨论的重力平衡方法的正确性，我们选择了杆件双向弯曲的构型加工了一套样机，如图 16-19 所示。设计目标为：机构整体尺寸在  $x=300\text{mm}$ 、 $y=100\text{mm}$ 、 $z=300\text{mm}$  的范围内。末端杆件绕虚拟中心点的俯仰和倾侧角度都不小于  $60^\circ$ ，即转动范围在  $Oxy$  平面和  $Oyz$  平面内都为  $30^\circ \sim 150^\circ$ 。

根据设计目标选择杆件尺寸（其中字母含义参考图 16.18），首先假设

$$l_{CD} = l_{BF} = l_{AE} = 80\text{mm}, \quad l_{DG} = l_{FH} = 160\text{mm}, \quad l_{AB} = l_{EF} = 100\text{mm}$$

为使机构在  $30^\circ \sim 150^\circ$  之间转动时不发生杆件干涉，选择

$$l_{BC} = l_{GH} = 40\text{mm}$$

使转动中心向下偏移 20mm，即使  $CDG$  和  $BFH$  杆件端点  $G$ （或  $H$ ）弯折 20mm，可得

$$l_{EF} = 20\text{mm}$$

$$\angle CDG = \angle BFH = 180^\circ - \arcsin \frac{1}{8}$$

使末端执行器相对  $GH$  杆向右偏移 20mm，即使  $ABC$  端点  $A$  弯折 20mm，可得

$$\angle ABC = 180^\circ - \arcsin \frac{1}{5}$$

从而可以计算出

$$\sigma = 1.9156^\circ$$

然后根据杆件质量以及式 (16.5-38) 可以得到

$$\begin{cases} g_{K'}l_{AK'} = 122.2\text{N}\cdot\text{mm} \\ g_Ql_{AQ} = 3.6\text{N}\cdot\text{mm} \\ g_Pl_{FP} = [20(g_{K'} + g_Q) + 27.08]\text{N}\cdot\text{mm} \end{cases}$$

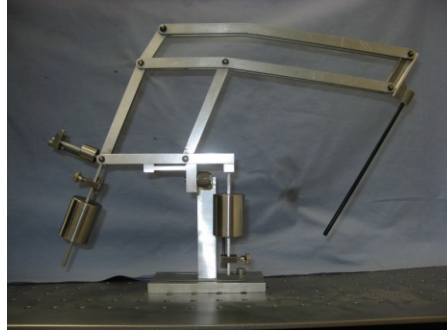


图 16-19 双向弯折双平行四杆 VCM 机构样机

考虑到整体的重量问题，配重的质量应该尽量小，但同时又不能将配重安置太远，否则也会引起配重与其他构件或机架的干涉。经过比较和仿真后，选用钢作为配重的材料，将配重做成圆柱形。配重  $Q$  为底面半径为 15mm 高为 15mm 的圆柱体，配重  $K'$ 、 $P$  为底面半径 30mm，高 40mm 的圆柱体。可知其重量为

$$\begin{cases} g_{K'} = g_P = 2.161\text{N} \\ g_Q = 0.203\text{N} \end{cases}$$

从而可以算出配重的力臂为

$$\begin{cases} l_{AK'} = 56.6\text{mm} \\ l_{AQ} = 17.5\text{mm} \\ l_{FP} = 34.4\text{mm} \end{cases}$$

由于实际机构的各关节铰接处需要装轴承、销钉、垫片等元件，配重的导杆、紧固卡套、微调螺母，以及各杆件实际加工中的开孔，倒角等因素都对机构的重量产生影响，所以理论计算和实际模型之间是有一定差异的，需要对配重进行调节。这里采用的方法是配重固定，调节配重的力臂长度。

加工出的样机可以在工作空间的任意位置保持平衡，图 16-20 所示为样机在两个转动方向上的 4 个极限位置。



a)



b)

图 16-20 机构的两个极限位置